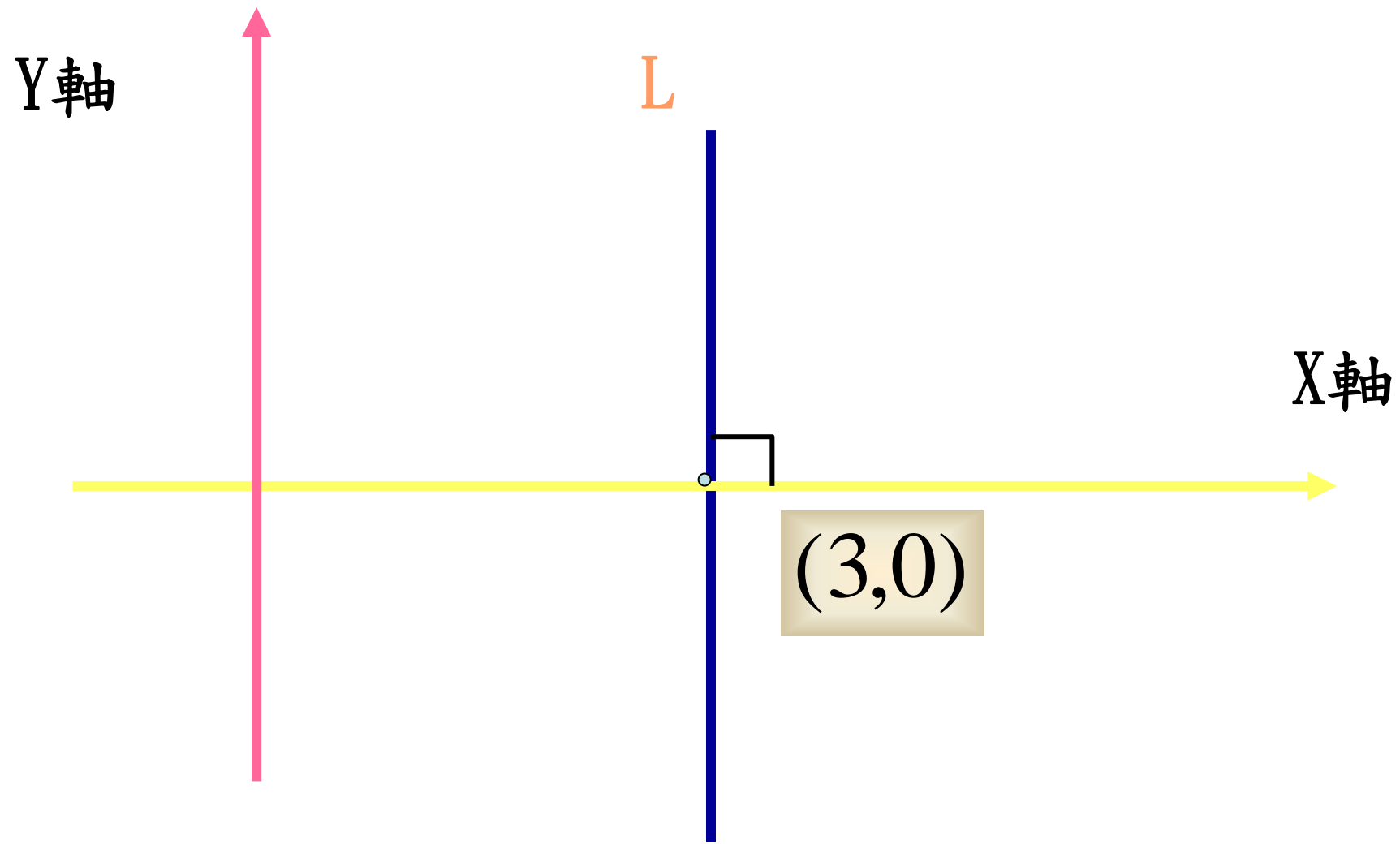


1-3 二元一次方程式的圖形

問題

直線方程式均為二元一次方程式

二元一次方程式的圖形是否為一條直線？



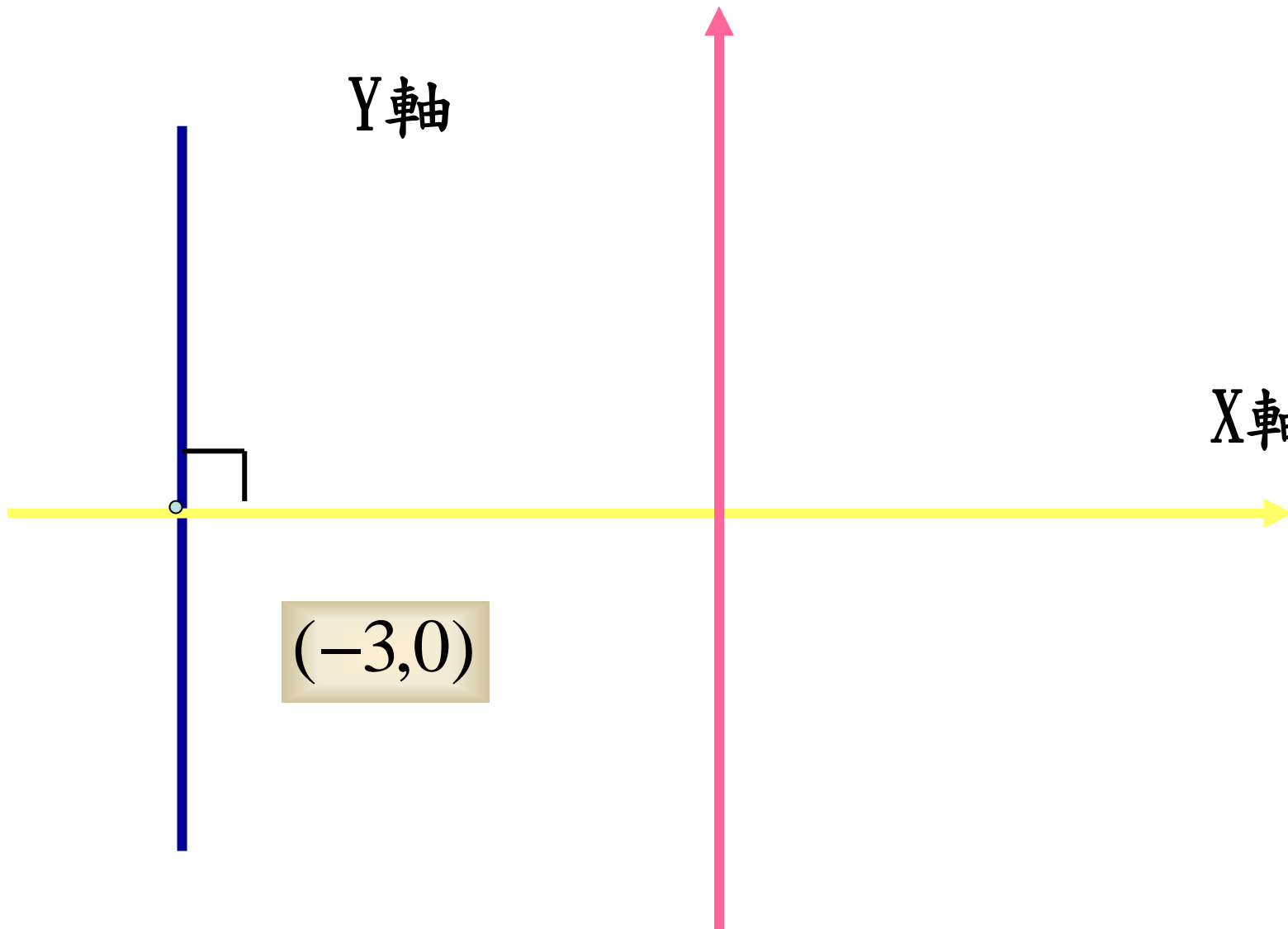
所以直線L方程式為

$$x = 3$$

L

Y軸

X軸



所以直線L方程式為

$$x = -3$$

就任一二元一次方程式

$$ax + by + c = 0 \quad (a^2 + b^2 \neq 0)$$

之係數討論

當 $b=0$

$$ax + by + c = 0$$



$$ax = -c$$



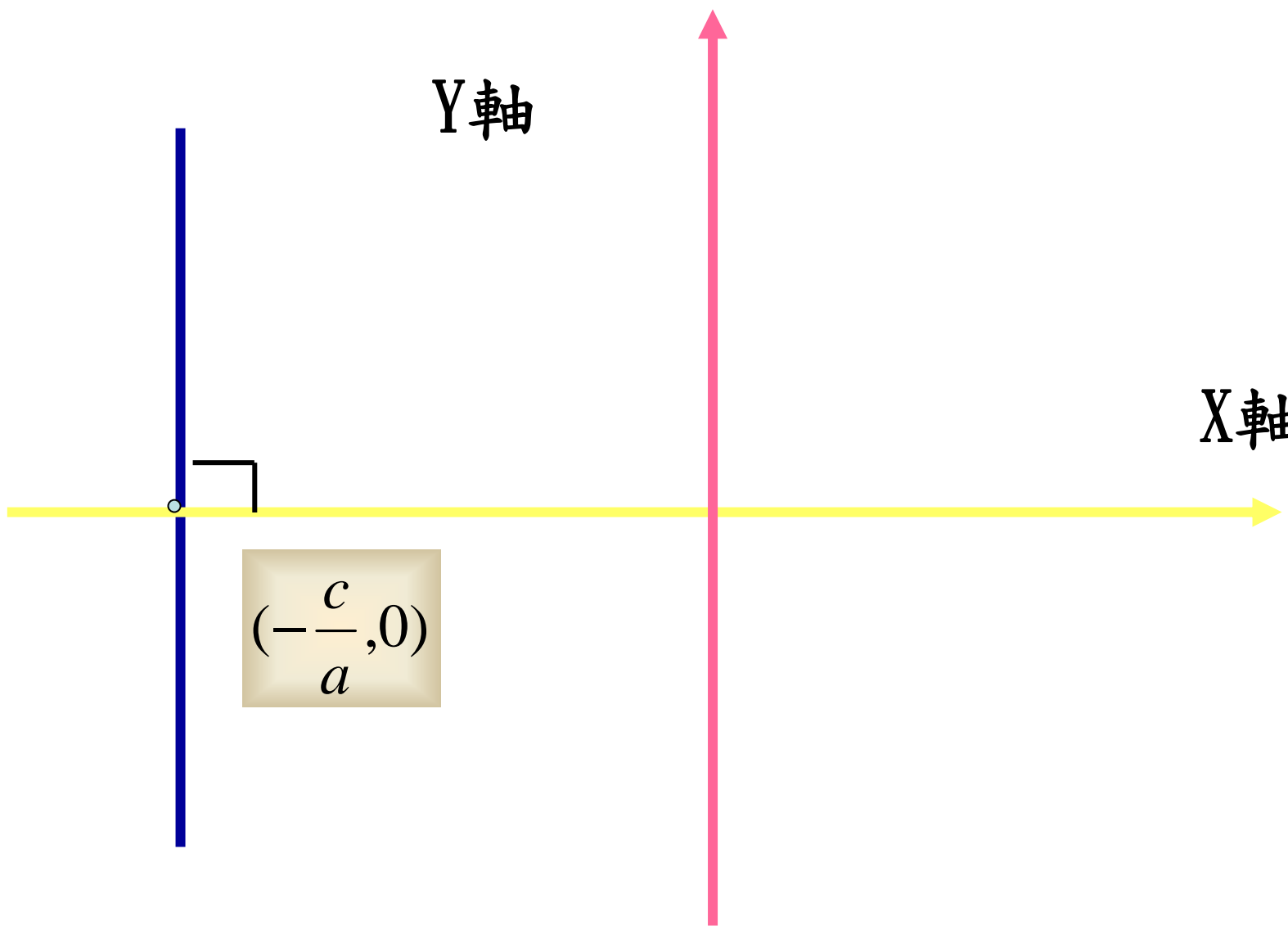
$$x = -\frac{c}{a}$$

其圖形為

L

Y軸

X軸



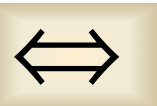
通過

$$\left(-\frac{c}{a}, 0\right)$$

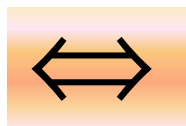
之鉛垂線且斜率不存在

當 $b \neq 0$

$$ax + by + c = 0$$



$$by = -ax - c$$



$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

其圖形為通過 $(0, \frac{c}{b})$

且斜率 =

$$-\frac{a}{b}$$

的直線

圖形於下一頁

L

Y軸

L的y截距?

$$\left(-\frac{c}{a}, 0\right)$$

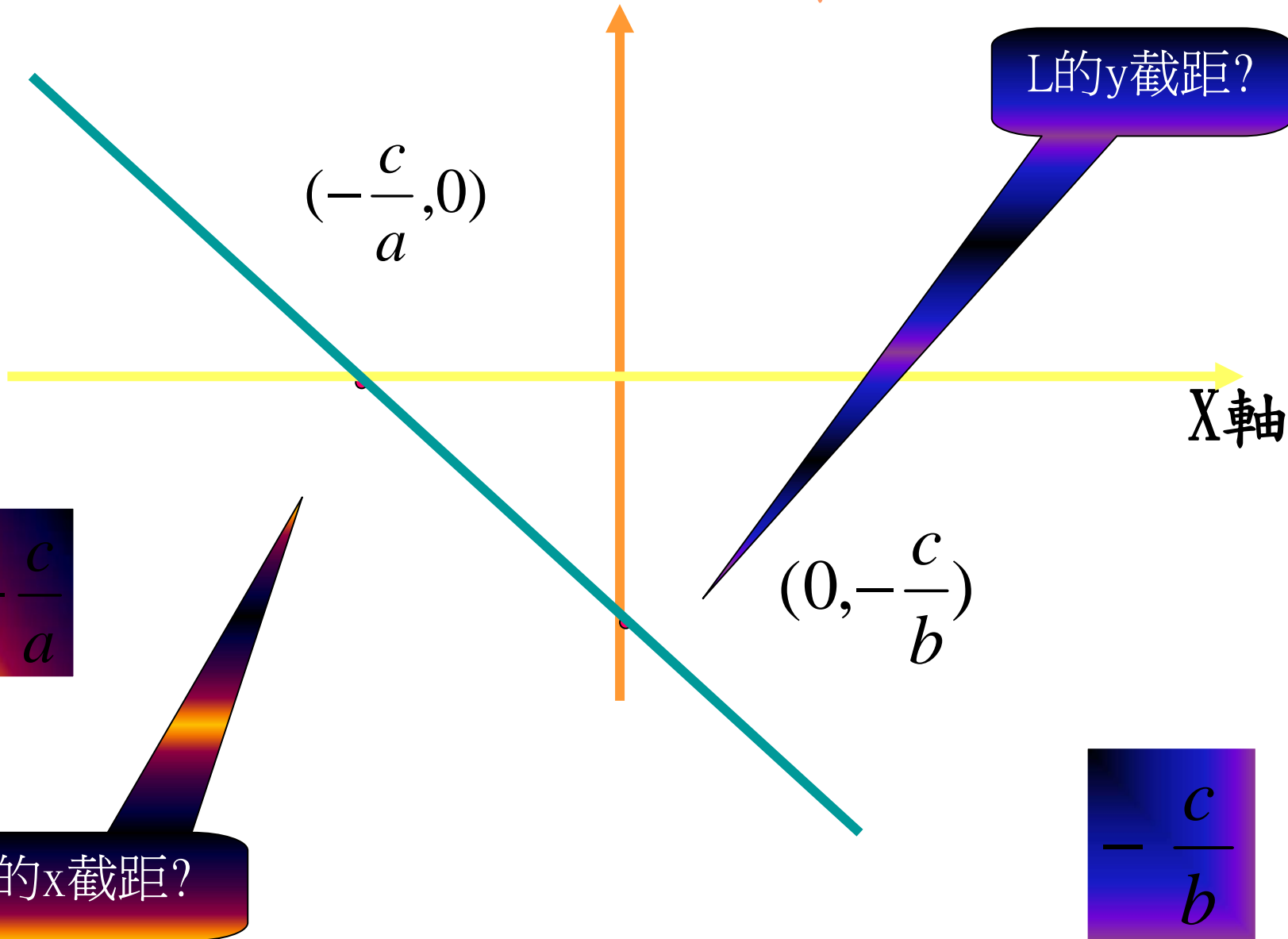
X軸

$$\left(0, -\frac{c}{b}\right)$$

$$\frac{c}{a}$$

L的x截距?

$$-\frac{c}{b}$$



結論

$ax + by + c = 0$ 在平面上的圖形為一直線

當 $b \neq 0$ 時，直線斜率為

$$-\frac{a}{b}$$

當 $b=0$ 時，直線為一鉛垂線

測驗

$ax + by + c = 0$ 在平面上的圖形為 一直線

當 $b \neq 0$ 時，直線斜率為 $-\frac{a}{b}$

當 $b = 0$ 時，直線為一 鉛垂線

測驗

$4x + 3y + 2 = 0$ 在平面上的圖形為 一直線

直線斜率為

$$-\frac{4}{3}$$

測驗

$4x - 3y + 2 = 0$ 在平面上的圖形為 一直線

直線斜率為

$\frac{4}{3}$

測驗

$$4x + 2 = 0$$

在平面上的圖形為 一鉛垂線

直線斜率為

不存在

例題2

(1) $5x+5y-2=0$ 之斜率=

-1

(2) $2x-3y+5=0$ 之斜率=

$\frac{2}{3}$

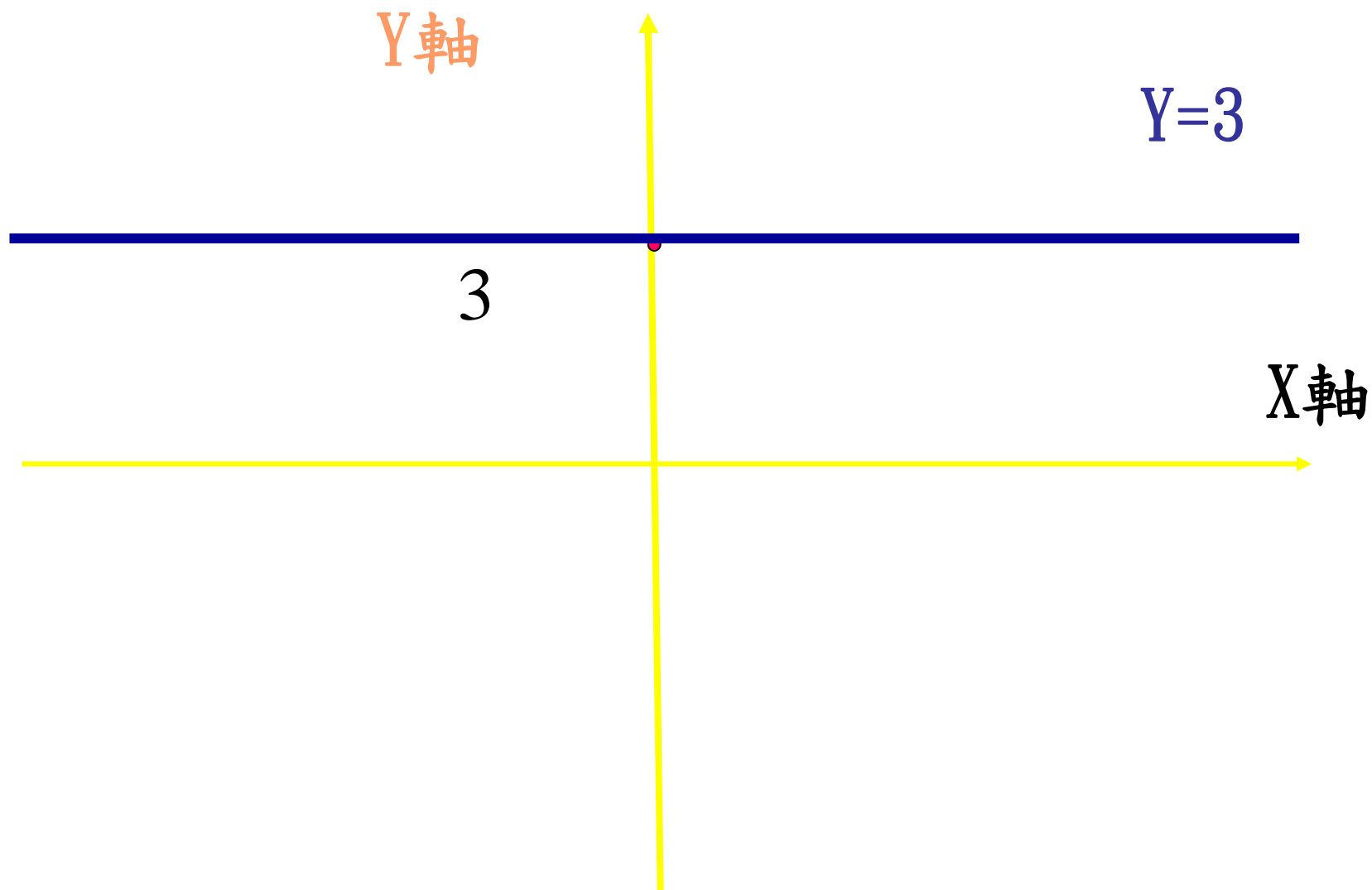
(3) $2x+5=0$ 之斜率=

不存在

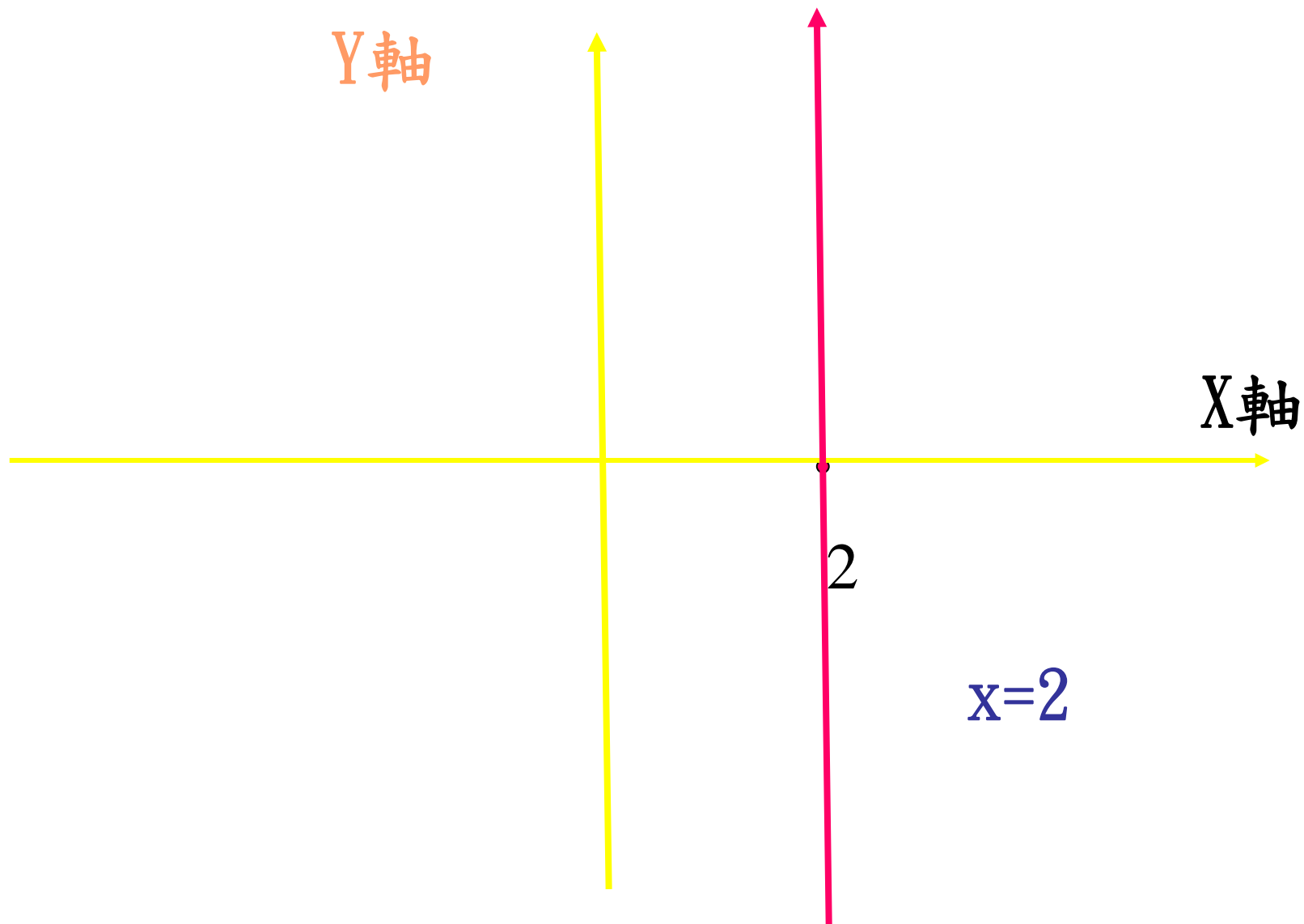
(4) $5y-6=0$ 之斜率=

0

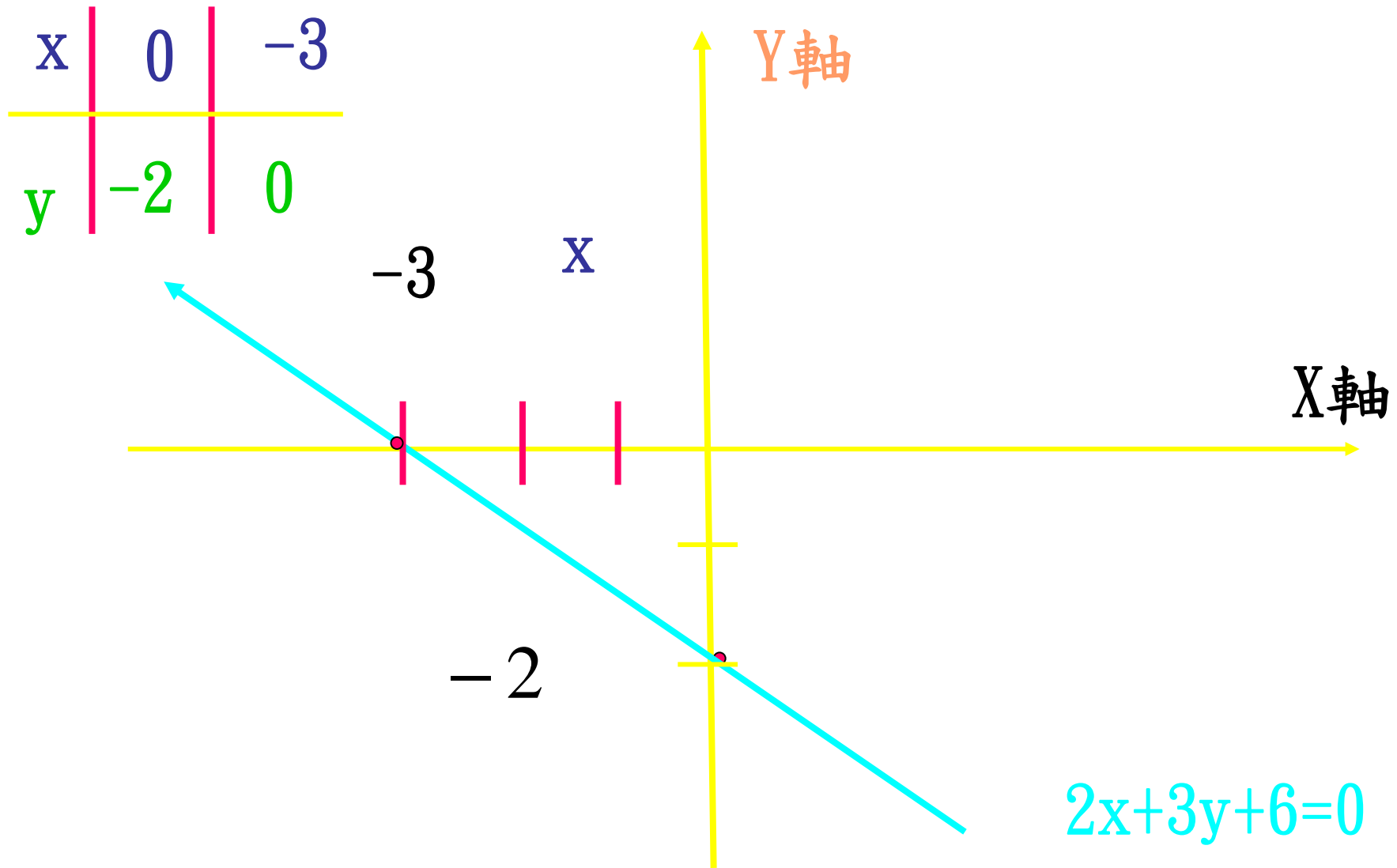
例題1 (1)試繪出 $y=3$



例題1 (2)試繪出 $x=2$



例題1 (3)試繪出 $2x+3y+6=0$ 之圖形



例題 3

試證直線

$$L_1 : 2x - 5y - 3 = 0$$

與直線

$$L_2 : 4x - 10y - 2 = 0$$

平行

證明:

例題 3 的 證明:

直線

$$L_1 : 2x - 5y - 3 = 0$$

的斜率=

$$\frac{2}{5}$$

直線

$$L_2 : 4x = 10y - 2$$

的斜率=

$$\frac{2}{5}$$

則

L_1



L_2

或

$$L_1 = L_2$$

例題 3 的 證明:

$$L_1 : 2x - 5y - 3 = 0$$

$$L_2 : 4x - 10y - 2 = 0$$

已知 $(\frac{3}{2}, 0)$ 為直線 L_1 上一點

但 $(\frac{3}{2}, 0)$ 不為直線 L_2 上一點

則 $L_1 \neq L_2$

所以 $L_1 \not\parallel L_2$

例題 4

若直線

$$L_1 : 3x - 2y + 1 = 0$$

$$L_2 : 4x - 10y - 2 = 0$$

試證明:

$$L_1 \perp L_2$$

例題 4 的證明:

直線

$$L_1 : 3x - 2y + 1 = 0$$

的斜率=

$$\frac{3}{2}$$

直線

$$L_2 : 2x = 4 - 3y$$

的斜率=

$$-\frac{2}{3}$$

又

$$\frac{3}{2} \times \left(-\frac{2}{3}\right) = -1$$

所以

$$L_1 \perp L_2$$

例題 5

求過點 $(2, -3)$

與直線

$$L: 3x + 5y - 2 = 0$$

垂直之直線方程式

例題 5 的解答:

直線 $L: 3x + 5y - 2 = 0$ 的斜率 = $-\frac{3}{5}$

設直線 L_2 為過點 $(2, -3)$ 且垂直 L

則 L_2 的斜率 = $\frac{5}{3}$

所以 L_2 的方程式為 $y + 3 = \frac{5}{3}(x - 2)$

習題 1-3 第4題

求過點

$(2, -1)$

與直線

$$L: 3x + 5y = 4$$

(1)垂直 (2)平行之直線方程式

習題 1-3 第4題 (1)的 解答:

直線 $L: 3x + 5y = 4$ 的斜率= $-\frac{3}{5}$

設直線 L_1 為過點 $(2, -1)$ 且垂直L

則 L_1 的斜率= $\frac{5}{3}$

所以 L_1 的方程式為 $y + 1 = \frac{5}{3}(x - 2)$

習題 1-3 第4題 (2)的 解答:

直線

$$L: 3x + 5y = 4$$

的斜率=

$$-\frac{3}{5}$$

設直線

 L_2

為過點

 $(2, -1)$

且平行L

則

 L_2

的斜率=

$$-\frac{3}{5}$$

所以

 L_2

的方程式為

$$y + 1 = -\frac{3}{5}(x - 2)$$

習題 1-3 第2題之 (1)

$$L_1 : 3x + 4y = 2$$

$$L_2 : 4x = 3y + 5$$

判斷兩直線的關係

(平行，重合，交於一點，交於一點且垂直)

習題 1-3 第2題 之(1) 的解答:

直線

$$L_1 : 3x + 4y = 2$$

的斜率=

$$-\frac{3}{4}$$

直線

$$L_2 : 4x = 3y + 5$$

的斜率=

$$\frac{4}{3}$$

又

$$\left(-\frac{3}{4}\right) \times \frac{4}{3} = -1$$

所以

$$L_1 \perp L_2$$

習題 1-3 第2題之 (2)

$$L_1 : 3x - 5y = 6$$

$$L_2 : 9x = 15y + 8$$

判斷兩直線的關係

(平行，重合，交於一點，交於一點且垂直)

習題 1-3 第2題 之(2) 的解答:

直線 $L_1 : 3x - 5y = 6$ 的斜率= $\frac{3}{5}$

直線 $L_2 : 9x = 15y + 8$ 的斜率= $\frac{3}{5}$

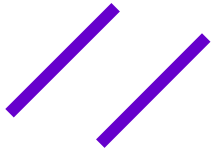
所以 L_1  L_2 或 $L_1 = L_2$

習題1-3 第2題之(2)解答

已知 $(2,0)$ 為直線 L_1 上一點

但 $(2,0)$ 不為直線 L_2 上一點

則 $L_1 \neq L_2$

所以 L_1  L_2

$$L_1 : 3x - 5y = 6$$

$$L_2 : 9x = 15y + 8$$

習題 1-3 第2題之 (3)

$$L_1 : x - 2y = 3$$

$$L_2 : 4y + 6 = 2x$$

判斷兩直線的關係

(平行，重合，交於一點，交於一點且垂直)

習題 1-3 第2題 之(3) 的解答:

直線

$$L_1 : x - 2y = 3$$

的斜率=

$$\frac{1}{2}$$

直線

$$L_2 : 4y + 6 = 2x$$

的斜率=

$$\frac{1}{2}$$

所以

$$L_1 \parallel L_2$$

或

$$L_1 = L_2$$

習題 1-3 第2題 之(3) 的解 $L_1 : x - 2y = 3$

$$L_2 : 4y + 6 = 2x$$

$$2x = 4y + 6$$

$$x = 2y + 3$$

$$x - 2y = 3$$

所以

$$L_1 = L_2$$

習題 1-3 第2題之 (4)

$$L_1 : 3x - 2y + 1 = 0$$

$$L_2 : 6y - 4x + 2 = 0$$

判斷兩直線的關係

(平行，重合，交於一點，交於一點且垂直)

習題 1-3 第2題 之(4) 的解答:

直線 $L_1 : 3x - 2y + 1 = 0$ 的斜率=

$\frac{3}{2}$

直線 $L_2 : 6y - 4x + 2 = 0$ 的斜率=

$\frac{2}{3}$

所以 L_1 與 L_2 交於一點

習題 1-3 第3題

試求直線

$$L_1 : 3x - 2y + 1 = 0$$

$$L_2 : 6y - 4x + 2 = 0$$

之交點

習題 1-3 第3題 之解答

$$L_1 : 3x - 2y + 1 = 0$$

$$L_2 : 6y - 4x + 2 = 0$$

$$\begin{cases} 3x - 2y + 1 = 0 & (1) \\ -4x + 6y + 2 = 0 & (2) \end{cases}$$

$$3 \times (1) + (2)$$

得

$$5x + 5 = 0$$

$$x = -1$$

代入 (2) 得

$$4 + 6y + 2 = 0$$

$$y = -1$$

所以兩直線交點為

$$(-1, -1)$$

例題 4 的證明

直線

$$L_1 : 3x - 2y + 1 = 0$$

$$L_2 : 4x - 10y - 2 = 0$$

平行

試證明:

$$L_1 \perp L_2$$

習題 1-3 第2題 之(3) 的解答:

直線

$$L_1 : x - 2y = 3$$

的斜率=

$$\frac{1}{2}$$

直線

$$L_2 : 4y + 6 = 2x$$

的斜率=

$$\frac{1}{2}$$

所以

$$L_1 \parallel L_2$$

或

$$L_1 = L_2$$

